EX 1 2N51-4

Résoudre les équations suivantes.

1. $\dfrac{x}{-9} = -3$

2. $\dfrac{2m}{9} = -2$

3. $-7y + 6 = -2y + 7$

4. $\dfrac{4z}{-7} = 3$

5. $\dfrac{c}{-13} = 10$

6. $-5a + 1 = -3a + 12$

EX 2 2N51-5

Résoudre les équations suivantes.

1. $4 - (-4x - 5) = 6x + 7$

2. $3(-8x + 4) = x - 2$

3. $4 - (-3x - 8) = -6x + 7$

4. $6(-4x + 6) = -9x + 6$

5. $2 - (-7x - 5) = -4x - 9$

6. $3(-2x - 6) = 3x - 2$

EX 3 2N52-1

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $(3x-8)(7x+7)=0$

2. $(-8x-4)(6x+8)=0$

3. $(7x-8)(5x+2)=0$

4. $(-3x+5)(7x+7)=0$

5. $(-9x+3)(6x+4)=0$

6. $(-6x-1)(-7x+8)=0$

EX 4 2N52-2

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes.

1. $x^2-81=0$

2. $x^2-49=0$

3. $x^2-36=0$

4. $x^2-64=0$

5. $x^2-16=0$

6. $x^2-4=0$

EX 5 2N52-4

Résoudre dans $\mathbb{R}$ les équations suivantes :

1. $(-9x-5)(2x-4)+(-9x-5)(-3x-5)=0$

2. $(-5x+4)(9x+9)-(-5x+4)(-4x+1)=0$

3. $(-4x+2)^2+(-4x+2)(-6x-3)=0$

4. $(5x+3)(9x+5)-(5x+3)^2=0$

5. $(5x+2)(4x+8)=(5x+2)(-8x+3)$

6. $(8x-8)(6x+6)+(8x-8)(3x-9)=0$

EX 6 2N52-5

1. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{-1}{7x+2}=\dfrac{-6}{2x+6}$.

2. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{100-x^2}{7x+28}=0$.

3. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{-2x+9}{x+2}=-9$.

4. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{1+5x}{4x+9}=0$.

5. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{-2+x}{x-5}=0$.

6. Préciser les valeurs interdites éventuelles, puis résoudre l'équation : $\dfrac{-5}{-2x+6}=\dfrac{7}{-3x-6}$.

EX 1

1. $\dfrac{x}{-9}=-3$
$\dfrac{x}{-9}\times\mathbf{(-9)}=-3\times\mathbf{(-9)}$
$x=27$
La solution de l'équation $\dfrac{x}{-9}=-3$ est $\mathbf{27}$.

2. $\dfrac{2m}{9}=-2$
$\dfrac{2m}{9}\times\mathbf{\dfrac{9}{2}}=-2\times\mathbf{\dfrac{9}{2}}$
$m=\dfrac{-18}{2}$
$m=-9$
La solution de l'équation $\dfrac{2m}{9}=-2$ est $\mathbf{-9}$.

3. $-7y+6=-2y+7$
$-7y+6\mathbf{+2y}=-2y+7\mathbf{+2y}$
$-5y+6=7$
$-5y+6\mathbf{-6}=7\mathbf{-6}$
$-5y=1$
$-5y\mathbf{\div(-5)}=1\mathbf{\div(-5)}$
$y=-\dfrac{1}{5}$
La solution de l'équation $-7y+6=-2y+7$ est $\mathbf{-\dfrac{1}{5}}$.

4. $\dfrac{4z}{-7}=3$
$\dfrac{4z}{-7}\times\mathbf{\dfrac{-7}{4}}=3\times\mathbf{\dfrac{-7}{4}}$
$z=\dfrac{-21}{4}$
La solution de l'équation $\dfrac{4z}{-7}=3$ est $\mathbf{-\dfrac{21}{4}}$.

5. $\dfrac{c}{-13}=10$
$\dfrac{c}{-13}\times\mathbf{(-13)}=10\times\mathbf{(-13)}$
$c=-130$
La solution de l'équation $\dfrac{c}{-13}=10$ est $\mathbf{-130}$.

6. $-5a+1=-3a+12$

$-5a+1\ \boldsymbol{+\ 3a} = -3a+12\ \boldsymbol{+\ 3a}$
$-2a+1=12$
$-2a+1\ \boldsymbol{-\ 1} = 12\ \boldsymbol{-\ 1}$
$-2a=11$
$-2a \boldsymbol{\div (-2)} = 11 \boldsymbol{\div (-2)}$
$a=-\dfrac{11}{2}$
La solution de l'équation $-5a+1=-3a+12$ est $\boldsymbol{-\dfrac{11}{2}}$.

EX 2

1. $4-(-4x-5)=6x+7$
On développe le membre de gauche.
$4+4x+5=6x+7$
$4x+9=6x+7$
On soustrait $6x$ aux deux membres.
$4x+9\boldsymbol{-6x}=6x+7\boldsymbol{-6x}$
$-2x+9=7$
On soustrait 9 aux deux membres.
$-2x+9\boldsymbol{-9}=7\boldsymbol{-9}$
$-2x=-2$
On divise les deux membres par -2.
$-2x\boldsymbol{\div(-2)}=-2\boldsymbol{\div(-2)}$
$x=\dfrac{-2}{-2}$
$x=1$
La solution est 1.

2. $3(-8x+4)=x-2$
On développe le membre de gauche.
$-24x+12=x-2$
On soustrait x aux deux membres.
$-24x+12\boldsymbol{-x}=1x-2\boldsymbol{-x}$
$-25x+12=-2$
On soustrait 12 aux deux membres.
$-25x+12\boldsymbol{-12}=-2\boldsymbol{-12}$
$-25x=-14$
On divise les deux membres par -25.
$-25x\boldsymbol{\div(-25)}=-14\boldsymbol{\div(-25)}$
$x=\dfrac{-14}{-25}$
$x=\dfrac{14}{25}$
La solution est $\dfrac{14}{25}$.

3. $4-(-3x-8)=-6x+7$
On développe le membre de gauche.
$4+3x+8=-6x+7$
$3x+12=-6x+7$
On ajoute $6x$ aux deux membres.
$3x+12\mathbf{+6x}=-6x+7\mathbf{+6x}$
$9x+12=7$
On soustrait 12 aux deux membres.
$9x+12\mathbf{-12}=7\mathbf{-12}$
$9x=-5$
On divise les deux membres par 9.
$9x\mathbf{\div 9}=-5\mathbf{\div 9}$
$x=\dfrac{-5}{9}$
La solution est $-\dfrac{5}{9}$.

4. $6(-4x+6)=-9x+6$
On développe le membre de gauche.
$-24x+36=-9x+6$
On ajoute $9x$ aux deux membres.
$-24x+36\mathbf{+9x}=-9x+6\mathbf{+9x}$
$-15x+36=6$
On soustrait 36 aux deux membres.
$-15x+36\mathbf{-36}=6\mathbf{-36}$
$-15x=-30$
On divise les deux membres par -15.
$-15x\mathbf{\div(-15)}=-30\mathbf{\div(-15)}$
$x=\dfrac{-30}{-15}$
$x=2$
La solution est 2.

5. $2-(-7x-5)=-4x-9$
On développe le membre de gauche.
$2+7x+5=-4x-9$
$7x+7=-4x-9$
On ajoute $4x$ aux deux membres.
$7x+7\mathbf{+4x}=-4x+-9\mathbf{+4x}$
$11x+7=-9$
On soustrait 7 aux deux membres.
$11x+7\mathbf{-7}=-9\mathbf{-7}$
$11x=-16$
On divise les deux membres par 11.
$11x\mathbf{\div 11}=-16\mathbf{\div 11}$

MathALEA

#

$x = \dfrac{-16}{11}$

La solution est $-\dfrac{16}{11}$.

6. $3(-2x-6) = 3x-2$

On développe le membre de gauche.

$-6x-18 = 3x-2$

On soustrait $3x$ aux deux membres.

$-6x-18\mathbf{-3x} = 3x-2\mathbf{-3x}$

$-9x-18 = -2$

On ajoute 18 aux deux membres.

$-9x-18\mathbf{+18} = -2\mathbf{+18}$

$-9x = 16$

On divise les deux membres par -9.

$-9x\mathbf{\div(-9)} = 16\mathbf{\div(-9)}$

$x = \dfrac{16}{-9}$

$x = -\dfrac{16}{9}$

La solution est $-\dfrac{16}{9}$.

EX 3

1. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$(3x-8)(7x+7) = 0$

$\iff 3x-8 = 0 \text{ ou } 7x+7 = 0$

$\iff 3x = 8 \text{ ou } 7x = -7$

$\iff x = \dfrac{8}{3} \text{ ou } x = \dfrac{-7}{7}$

On en déduit : $S = \left\{-1; \dfrac{8}{3}\right\}$

2. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$(-8x-4)(6x+8) = 0$

$\iff -8x-4 = 0 \text{ ou } 6x+8 = 0$

$\iff -8x = 4 \text{ ou } 6x = -8$

$\iff x = \dfrac{4}{-8} \text{ ou } x = \dfrac{-8}{6}$

On en déduit : $S = \left\{-\dfrac{4}{3}; -\dfrac{1}{2}\right\}$

3. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$(7x-8)(5x+2)=0$
$\iff 7x-8=0 \text{ ou } 5x+2=0$
$\iff 7x=8 \text{ ou } 5x=-2$
$\iff x=\dfrac{8}{7} \text{ ou } x=\dfrac{-2}{5}$
On en déduit : $S=\left\{-\dfrac{2}{5};\dfrac{8}{7}\right\}$

4. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$(-3x+5)(7x+7)=0$
$\iff -3x+5=0 \text{ ou } 7x+7=0$
$\iff -3x=-5 \text{ ou } 7x=-7$
$\iff x=\dfrac{-5}{-3} \text{ ou } x=\dfrac{-7}{7}$
On en déduit : $S=\left\{-1;\dfrac{5}{3}\right\}$

5. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$(-9x+3)(6x+4)=0$
$\iff -9x+3=0 \text{ ou } 6x+4=0$
$\iff -9x=-3 \text{ ou } 6x=-4$
$\iff x=\dfrac{-3}{-9} \text{ ou } x=\dfrac{-4}{6}$
On en déduit : $S=\left\{-\dfrac{2}{3};\dfrac{1}{3}\right\}$

6. On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$(-6x-1)(-7x+8)=0$
$\iff -6x-1=0 \text{ ou } -7x+8=0$
$\iff -6x=1 \text{ ou } -7x=-8$
$\iff x=\dfrac{1}{-6} \text{ ou } x=\dfrac{-8}{-7}$
On en déduit : $S=\left\{-\dfrac{1}{6};\dfrac{8}{7}\right\}$

EX 4

1. $x^2 - 81 = 0$
   On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:
   avec $a = x$ et $b = 9$
   On obtient alors :
   $x^2 - 81 = 0$
   $x^2 - 9^2 = 0 \iff (x-9)(x+9) = 0$
   Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
   $\iff x - 9 = 0$ ou bien $x + 9 = 0$
   $\iff x = 9$ ou bien $x = -9$
   $\iff S = \{-9; 9)$

2. $x^2 - 49 = 0$
   On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:
   avec $a = x$ et $b = 7$
   On obtient alors :
   $x^2 - 49 = 0$
   $x^2 - 7^2 = 0 \iff (x-7)(x+7) = 0$
   Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
   $\iff x - 7 = 0$ ou bien $x + 7 = 0$
   $\iff x = 7$ ou bien $x = -7$
   $\iff S = \{-7; 7)$

3. $x^2 - 36 = 0$
   On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:
   avec $a = x$ et $b = 6$
   On obtient alors :
   $x^2 - 36 = 0$
   $x^2 - 6^2 = 0 \iff (x-6)(x+6) = 0$
   Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
   $\iff x - 6 = 0$ ou bien $x + 6 = 0$
   $\iff x = 6$ ou bien $x = -6$
   $\iff S = \{-6; 6)$

4. $x^2 - 64 = 0$
   On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2$:
   avec $a = x$ et $b = 8$
   On obtient alors :

$x^2-64=0$

$x^2-8^2=0 \iff (x-8)(x+8)=0$

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$\iff x-8=0$ ou bien $x+8=0$

$\iff x=8$ ou bien $x=-8$

$\iff S=\{-8;8)$

5. $x^2-16=0$

On reconnaît l'identité remarquable a^2-b^2 :

avec $a=x$ et $b=4$

On obtient alors :

$x^2-16=0$

$x^2-4^2=0 \iff (x-4)(x+4)=0$

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$\iff x-4=0$ ou bien $x+4=0$

$\iff x=4$ ou bien $x=-4$

$\iff S=\{-4;4)$

6. $x^2-4=0$

On reconnaît l'identité remarquable a^2-b^2 :

avec $a=x$ et $b=2$

On obtient alors :

$x^2-4=0$

$x^2-2^2=0 \iff (x-2)(x+2)=0$

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$\iff x-2=0$ ou bien $x+2=0$

$\iff x=2$ ou bien $x=-2$

$\iff S=\{-2;2)$

EX 5

1. $(-9x-5)(2x-4)+(-9x-5)(-3x-5)=0$

On observe que $(-9x-5)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$(\underline{-9x-5})(2x-4)+(\underline{-9x-5})(-3x-5)=0$

$\iff (\underline{-9x-5})\Big((2x-4)+(-3x-5)\Big)=0$

$\iff (-9x-5)(-x-9)=0$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$\iff -9x-5=0$ ou bien $-x-9=0$

$\iff \quad x=-\dfrac{5}{9} \quad$ ou $\quad x=-\dfrac{9}{1}$

On en déduit : $S=\left\{-9;-\dfrac{5}{9}\right\}$

2. $(-5x+4)(9x+9)-(-5x+4)(-4x+1)=0$

On observe que $(-5x+4)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$\underline{(-5x+4)}(9x+9)-\underline{(-5x+4)}(-4x+1)=0$$
$$\iff \underline{(-5x+4)}\Big((9x+9)-(-4x+1)\Big)=0$$
$$\iff (-5x+4)(9x+9+4x-1)=0$$
$$\iff (-5x+4)(13x+8)=0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$\iff \quad -5x+4=0 \quad$ ou bien $\quad 13x+8=0$

$\iff \quad x=\dfrac{4}{5} \quad$ ou $\quad x=-\dfrac{8}{13}$

On en déduit : $S=\left\{-\dfrac{8}{13};\dfrac{4}{5}\right\}$

3. $(-4x+2)^2+(-4x+2)(-6x-3)=0$

$(-4x+2)(-4x+2)+(-4x+2)(-6x-3)=0$

On observe que $(-4x+2)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$\underline{(-4x+2)}(-4x+2)+\underline{(-4x+2)}(-6x-3)=0$$
$$\iff \underline{(-4x+2)}\Big((-4x+2)+(-6x-3)\Big)=0$$
$$\iff (-4x+2)(-4x+2)-6x-3)=0$$
$$\iff (-4x+2)(-10x-1)=0$$

On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :

Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.

$\iff \quad -4x+2=0 \quad$ ou bien $\quad -10x-1=0$

$\iff \quad x=\dfrac{2}{4} \quad$ ou $\quad x=-\dfrac{1}{10}$

On en déduit : $S=\left\{-\dfrac{1}{10};\dfrac{1}{2}\right\}$

4. $(5x+3)(9x+5)-(5x+3)^2=0$

$(5x+3)(9x+5)-(5x+3)(5x+3)=0$

On observe que $(5x+3)$ est un facteur commun dans les deux termes :

$$\underline{(5x+3)}(9x+5)-\underline{(5x+3)}(5x+3)=0$$
$$\iff \underline{(5x+3)}\Big((9x+5)-(5x+3)\Big)=0$$

$\iff (5x+3)(9x+5-5x-3)) = 0$
$\iff (5x+3)(4x+2) = 0$
On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$\iff 5x+3=0 \quad \text{ou bien} \quad 4x+2=0$
$\iff x = -\dfrac{3}{5} \quad \text{ou} \quad x = -\dfrac{2}{4}$
On en déduit : $S = \left\{-\dfrac{3}{5}; -\dfrac{1}{2}\right\}$

5. Deux nombres sont égaux si et seulement si leur différence est nulle.
$(5x+2)(4x+8) = (5x+2)(-8x+3)$
$\iff (5x+2)(4x+8) - (5x+2)(-8x+3) = 0$
On observe que $(5x+2)$ est un facteur commun dans les deux termes :
$\underline{(5x+2)}(4x+8) - \underline{(5x+2)}(-8x+3) = 0$
$\iff \underline{(5x+2)}\Big((4x+8) - (-8x+3)\Big) = 0$
$\iff (5x+2)(4x+8+8x-3) = 0$
$\iff (5x+2)(12x+5) = 0$
On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$(5x+2)(12x+5) = 0$
$\iff 5x+2=0 \quad \text{ou} \quad 12x+5=0$
$\iff 5x=-2 \quad \text{ou} \quad 12x=-5$
$\iff x = \dfrac{-2}{5} \quad \text{ou} \quad x = \dfrac{-5}{12}$
On en déduit : $S = \left\{-\dfrac{5}{12}; -\dfrac{2}{5}\right\}$

6. $(8x-8)(6x+6) + (8x-8)(3x-9) = 0$
On observe que $(8x-8)$ est un facteur commun dans les deux termes :
$\underline{(8x-8)}(6x+6) + \underline{(8x-8)}(3x-9) = 0$
$\iff \underline{(8x-8)}\Big((6x+6) + (3x-9)\Big) = 0$
$\iff (8x-8)(9x-3) = 0$
On reconnaît une équation produit-nul, donc on applique la propriété :
Un produit est nul si et seulement si au moins un de ses facteurs est nul.
$\iff 8x-8=0 \quad \text{ou bien} \quad 9x-3=0$
$\iff x = \dfrac{8}{8} \quad \text{ou} \quad x = \dfrac{3}{9}$
On en déduit : $S = \left\{\dfrac{1}{3}; 1\right\}$

EX 6

1. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent les dénominateurs des quotients, puisque la division par 0 n'existe pas.
   Or $7x+2=0$ si et seulement si $x=-\dfrac{2}{7}$ et $2x+6=0$ si et seulement si $x=-3$.
   Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\left\{-3\,;\,-\dfrac{2}{7}\right\}$.
   Pour tout $x\in\mathbb{R}\smallsetminus\left\{-3\,;\,-\dfrac{2}{7}\right\}$,
   $$\begin{aligned}\frac{-1}{7x+2}&=\frac{-6}{2x+6}\\ -6\times(7x+2)&=-1\times(2x+6) \qquad \text{car les produits en croix sont égaux.}\\ -42x-12&=-2x-6\\ -40x&=6\\ x&=-\frac{3}{20}\end{aligned}$$
   $-\dfrac{3}{20}$ n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S}=\left\{-\dfrac{3}{20}\right\}$.

2. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.
   Or $7x+28=0$ si et seulement si $x=-4$.
   Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\{-4\}$.
   Pour tout $x\in\mathbb{R}\smallsetminus\{-4\}$,
   $$\begin{aligned}\frac{100-x^2}{7x+28}&=0\\ 100-x^2&=0 \qquad \text{car } \frac{A(x)}{B(x)}=0 \text{ si et seulement si } A(x)=0 \text{ et } B(x)\neq 0\\ x^2&=100\\ x^2&=100\\ x=10 &\text{ ou } x=-10\end{aligned}$$
   -10 et 10 ne sont pas des valeurs interdites, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S}=\{-10\,;\,10\}$.

3. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.
   Or $x+2=0$ si et seulement si $x=-2$.
   Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\{-2\}$.
   Pour tout $x\in\mathbb{R}\smallsetminus\{-2\}$,

$\dfrac{-2x+9}{x+2} = -9$

$-2x+9 = -9 \times (x+2)$ car les produits en croix sont égaux.

$-2x+9 = -9x-18$

$7x = -27$

$x = -\dfrac{27}{7}$

$-\dfrac{27}{7}$ n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{27}{7}\right\}$.

4. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.
Or $4x+9=0$ si et seulement si $x = -\dfrac{9}{4}$.
Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\left\{-\dfrac{9}{4}\right\}$.

Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \left\{-\dfrac{9}{4}\right\}$,

$\dfrac{1+5x}{4x+9} = 0$

$1+5x = 0$ car $\dfrac{A(x)}{B(x)} = 0$ si et seulement si $A(x) = 0$ et $B(x) \neq 0$

$x = -\dfrac{1}{5}$

$-\dfrac{1}{5}$ n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S} = \left\{-\dfrac{1}{5}\right\}$.

5. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent le dénominateur du quotient, puisque la division par 0 n'existe pas.
Or $x-5=0$ si et seulement si $x=5$.
Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\{5\}$.
Pour tout $x \in \mathbb{R} \setminus \{5\}$,

$\dfrac{-2+x}{x-5} = 0$

$-2+x = 0$ car $\dfrac{A(x)}{B(x)} = 0$ si et seulement si $A(x) = 0$ et $B(x) \neq 0$

$x = 2$

2 n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S} = \{2\}$.

6. Déterminer les valeurs interdites revient à déterminer les valeurs qui annulent les dénominateurs des quotients, puisque la division par 0 n'existe pas.

MathALEA

#

Or $-2x+6=0$ si et seulement si $x=3$ et $-3x-6=0$ si et seulement si $x=-2$. Donc l'ensemble des valeurs interdites est $\{-2\,;\,3\}$.
Pour tout $x\in\mathbb{R}\smallsetminus\{-2\,;\,3\}$,

$$\begin{aligned}\frac{-5}{-2x+6}&=\frac{7}{-3x-6}\\ 7\times(-2x+6)&=-5\times(-3x-6) \quad \text{car les produits en croix sont égaux.}\\ -14x+42&=15x+30\\ -29x&=-12\\ x&=\frac{12}{29}\end{aligned}$$

$\frac{12}{29}$ n'est pas une valeur interdite, donc l'ensemble des solutions de cette équation est $\mathscr{S}=\left\{\frac{12}{29}\right\}$.