Plan d'étude d'une fonction

Soit f une fonction.

① Domaine de définition D_f de la fonction f

C'est le domaine où est définie la fonction, c'est à dire qu'il s'agit des valeurs x pour lesquelles on peut calculer $f(x)$.

Exemple : avec $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$, on ne peut pas calculer $f(x)$ pour les valeurs x qui annule le dénominateur $x+1$.

$x+1=0$ ssi $x=-1$

et dans ce cas $D_f =]-\infty, -1[\cup]-1, +\infty[$

Si l'énoncé précise un intervalle sur lequel la fonction est définie, on peut passer cette étape.

② Domaine de dérivabilité de la fonction f

C'est la même idée : c'est le domaine où la fonction f est dérivable.

Pour trouver ce domaine, on s'appuie sur les fonctions de référence (à connaître par coeur).

Exemples :

- les fonctions polynomiales sont dérivables sur $\mathbb{R}$ comme $f(x) = 3x^6 - 6x^4 + 5x^2 + 1$
- $f(x) = \frac{x+2}{x+1}$ est dérivable sur $]-\infty, -1[$ et sur $]-1, +\infty[$

car $x \mapsto x+2$ sur $\mathbb{R}$ et $x \mapsto x+1$ dérivable sur $\mathbb{R}$ mais s'annule en -1.

- $f(x) = \sqrt{x+2}$ est dérivable pour $x+2>0$ car $x \mapsto \sqrt{x}$ n'est dérivable que pour des valeurs strictement positive.
  Donc $f(x)=\sqrt{x+2}$ est dérivable sur $]-2, +\infty[$.

3 Calcul de la fonction dérivée $f'(x)$

Pour cela on s'appuie sur les fonctions dérivées de référence.

Exemple

- $f(x) = -3 \times x^5$ .... $f = a \times u$
  $f'(x) = -3 \times 5x^4$ ... . $f' = a \times u'$

- $f(x) = 5 \times \sqrt{x} + 2 \times \frac{1}{x}$ .... $f = a \times u + b \times v$
  $f'(x) = 5 \times \frac{1}{2\sqrt{x}} + 2 \times \left(-\frac{1}{x^2}\right)$ .... $f' = a \times u' + b \times v'$

- $f(x) = \frac{5x^2+2x+1}{1-2x^3}$ .... $f = \frac{u}{v}$
  $f'(x) = \frac{(5\times 2x+2)(1-2x^3)-(-2\times 3x^2)(5x^2+2x+1)}{(1-2x^3)^2}$ ... $f' = \frac{u'v-v'u}{v^2}$

3 Etude du signe de la fonction dérivée $f'(x)$

Il faut mettre en forme la fonction dérivée pour se ramener à des expressions dont on sait étudier le signe.

- **le signe de $mx+p$ est connu.**

Avec $m > 0$

x	$-\infty$		$-p/m$		$+\infty$
$mx+p$		$-$	0	$+$	

Avec $m < 0$

x	$-\infty$		$-p/m$		$+\infty$
$mx+p$		$+$	0	$-$	

- **le signe de ax^2+bx+c est connue**

Il faut se reporter au cours sur le second degré.

- **les formes factorisées sont à privilégier.**

Il ne faut pas hésiter à factoriser le plus possible.

$$\frac{A}{B} \text{ ou } A \times B \begin{cases} \text{positif si } A \text{ et } B \text{ de même signe} \\ \text{négatif si } A \text{ et } B \text{ de signes contraires} \end{cases}$$

$\frac{A}{B}$ est bien une forme factorisée puisque $\frac{A}{B} = A \times \frac{1}{B}$

- **FAIRE ATTENTION AUX ÉVENTUELLES VALEURS INTERDITES.**

④ Faire le tableau de variation de f

si $f' > 0$ alors f croissante

si $f' < 0$ alors f décroissante

si $f' = 0$ en changeant de signe alors f passe par un extremum.

Calculer les valeurs particulières et ... FAIRE LÀ AUSSI ATTENTION AUX ÉVENTUELLES VALEURS INTERDITES.