

Somme des termes d'une suite arithmétique et géométrique

EX
4

1. Soit u la suite arithmétique de premier terme $u_0 = 3$ et de raison 5.

Calculer $S = u_0 + u_1 + \dots + u_{40} = \sum_{k=0}^{40} u_k$.

2. Soit w la suite arithmétique de premier terme $w_0 = 6$ et de raison 3.

Calculer $S = w_0 + w_1 + \dots + w_{20} = \sum_{k=0}^{20} w_k$.

$$(u_n): \begin{cases} u_0 = 3 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = u_n + 5 \end{cases}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 + nr = 3 + 5n$$

$$S = \sum_{k=0}^{40} u_k = u_0 + u_1 + u_2 + \dots + u_{40}$$

$$= u_0 + (u_0 + 1r) + (u_0 + 2r) + (u_0 + 3r) + \dots + (u_0 + 40r)$$

$$= 41u_0 + 1r + 2r + \dots + 40r$$

$$= 41u_0 + r(1 + 2 + \dots + 40) \quad \text{et} \quad 1 + \dots + 40 = 40 \times \frac{1+40}{2} = 820$$

$$S = 41u_0 + 820r$$

$$S = 41 \times 3 + 820 \times 5$$

$$S = 4223$$

EX
5

1A

1. Soit w la suite géométrique de premier terme $w_0 = 8$ et de raison 1,3.

Calculer $S = w_0 + w_1 + \dots + w_{15} = \sum_{k=0}^{15} w_k$ et donner un arrondi au millièmè près.

2. Soit v la suite géométrique de premier terme $v_0 = 9$ et de raison 0,7.

Calculer $S = v_0 + v_1 + \dots + v_{15} = \sum_{k=0}^{15} v_k$ et donner un arrondi au millièmè près.

$$(u_n): \begin{cases} u_0 = 8 \\ \forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = 1,3 \times u_n \end{cases}$$

$$\forall n \in \mathbb{N}, u_n = u_0 \times q^n = 8 \times 1,3^n$$

$$S = u_0 + u_1 + u_2 + u_3 + \dots + u_{15}$$

$$S = u_0 + (u_0 q) + (u_0 q^2) + (u_0 q^3) + \dots + (u_0 q^{15})$$

$$S = u_0 + u_0 q + u_0 q^2 + u_0 q^3 + \dots + u_0 q^{15}$$

$$S = u_0 (1 + q + q^2 + q^3 + \dots + q^{15}) \quad \text{et} \quad 1 + \dots + q^{15} = \frac{1 - q^{16}}{1 - q}$$

$$S = u_0 \times \frac{1 - q^{16}}{1 - q} = u_0 \frac{q^{16} - 1}{q - 1}$$

$$S = 8 \times \frac{1 - 1,3^{16}}{1 - 1,3} = 8 \frac{1,3^{16} - 1}{1,3 - 1} \approx 1747,8.$$